T1

一个图是好的条件是它有至多一个联通块是环套树，其他联通块都是树。

考虑一个简单的情况，即要求所有联通块都是树，求所有好的子图的联通块大小乘积的和。联通块大小的乘积等于从每一个联通块中取一个点的方案数，因此这个值等于 $(T, r_1, \ldots, r_k)$ 的数量，其中 T 是图的生成森林，r_i 是第 i 个联通块的根节点（一共有 k 个联通块）。

构造辅助图 G'，添加一个新点 0 并在 0 和其他所有点之间连一条边。那么可以发现 $(T, r_1, \ldots, r_k)$ 和 G' 的生成树之间存在一一映射，因此答案等于 G' 的生成树数量。生成树数量等于基尔霍夫矩形的行列式的值，因此可以在 $O(n^3)$ 的时间复杂度求出来。

考虑原问题，我们可以枚举环经过的点集 S，把 S 缩成一个点之后，问题又变成了所有联通块都是树，同样可以通过添加辅助点+高斯消元的方法解决。答案等于 $f[S] \times g[S]$，其中 $f[S]$ 为 S 形成环的方案数，$g[S]$ 缩点后的答案。用状态压缩动态规划可以在 $O(2^n n^2)$ 的时间复杂度内求出所有的 $f[S]$：枚举环中编号最大的点 s，令 $h[T][i]$ 表示从 s 出发，经过点集 $T \subseteq [1, s-1]$ 最后到 i 的简单路径条数，最后把对应的答案累加起来即可。（注意每一个环会被顺时针逆时针计算两遍，因此要除以 2）。

总的时间复杂度为 $O(2^n n^3)$。

T2

对每一个位置 (i, j)，求出它向左最远能延伸的距离 $l_{i,j}$ 和向上最远能延伸的距离 $u_{i,j}$

考虑维护 $2n^2$ 个长度为 n 的 bitset $A_{i,j}$ 和 $B_{i,j}$，其中 $A_{i,j}[k] = [u_{j,k} \geq i], B_{i,j}[k] = [l_{j,k} \geq i]$。

考虑询问 (a, b)，枚举矩形的下边界 i，那么满足条件的矩形个数为 $A_{a,i} \text{ and } (A_{a,i} \times 2^{b-1}) \text{ and } B_{b,i} \text{ and } B_{b,i-a+1}$ 中1的位数。

这样就得到了一个时间和空间复杂度都是 $O(\frac{n^3}{w})$ 的算法，但是这样会爆空间。

离线，把所有询问按照 b 的大小排序并分块，每次处理 b 在区间 $[L, L+S)$ 中的所有询问。可以先对 $i \in [L, L+S)$ 预处理出所有的 $B_{i,j}$，这一步的空间复杂度为 $O(\frac{Sn^2}{w})$。

接着吧所有询问按照 a 排序并枚举行 i，对于每一行，从大到小枚举 a 的值并维护 $A_{a,i}$，同时解决询问。

这样就以时间换空间得到了一个时间复杂度 $O(n^2 \log n + \frac{n^3}{S} + \frac{n^3}{w})$，空间复杂度 $O(\frac{n^2 S}{w})$ 的算法。标程取了 $S = 300$。

T3

如果 $\prod_{i=1}^{n} A_i > x$，那么任意排列都是满足条件的，直接输出 $(n+m)!$ 即可。

当 $\prod_{i=1}^{n} A_i \leq x$ 时，有效的除法（除去 $A_i = 1$ ）的只有 $O(\log x)$ 个，因此可以状压这些操作有没有使用。

考虑取模操作，当进行了一次对 a 取模的操作后，对于任意的 $b \geq a$，在之后对 b 取模都不会改变当前的数。因此可以将取模操作按照 B_i 从大到小考虑，每次我们只需要考虑小于等于当前值的操作即可。

每一次暴力枚举下一次使用的会改变 x 的值的操作，假设值变成了 x'，那么对于所有 $B_i \in [x, x')$ 的取模操作，它们将不再能改变 x 的值，因此可以先不考虑它们，只考虑能改变 x' 的值得函数，即有效的除法操作以及 $B_i \le x'$ 的取模操作。设还需要考虑的操作有 n_l 个，这一步新增的不考虑的函数有 n_g 个，那么对于每一个这 n_l 个操作和 x' 合法的顺序，我们只需要把这 n_g 个操作插入空隙中即可，这是一个简单的插板法。

因此状态时 $f_{S,x'}$ 表示当前集合 S 中的除法操作还没使用，x 的值变成了 x' 的方案数，每一次枚举下一步使用什么操作进行转移。

时间复杂度是 $O(x^3)$ 的，实际上如果我们把值相同的除法操作缩在一起的话，集合 S 的数量只有几十个（设这个数量是 K）。同时考虑枚举的过程，我们每进行一步枚举，x 的范围都会除以 2。

我们可以通过这种方式来分析计算量，假设前两步是爆枚的（DP 显然更优），那么爆枚的复杂度是 $O(x^2)$，爆枚后 $x' \le \frac{x}{4}$，因此后续的 DP 会有一个 $\frac{1}{16}$ 的常数。

因此这个算法的常数非常小，可以通过 $x = 10^4$ 的数据范围。